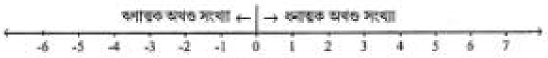
অধ্যায়-1

সংখ্যাৰ পৰিচয় ঃ অখণ্ড সংখ্যা

1.1 তোমালোকে ষষ্ঠ শ্ৰেণীত অখণ্ড সংখ্যাৰ কিছু প্ৰাথমিক ধাৰণাৰ লগতে সংখ্যাৰেখাৰ বিষয়েও শিকিছা আৰু সংখ্যাৰেখাত অখণ্ড সংখ্যাবোৰ কি দৰে উপস্থাপন কৰা হয় তাকো পাইছা। আমি জানো যে অখণ্ড সংখ্যাবোৰ সংখ্যাৰ এক বৃহৎ থুপ য'ত ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰ নিৰ্দিষ্ট ক্ৰমত থাকে। এই অধ্যায়ত আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ বিভিন্ন ধৰ্ম আৰু প্ৰক্ৰিয়াসমূহৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

1.1.1 মনত পেলাওঁ আহা ঃ

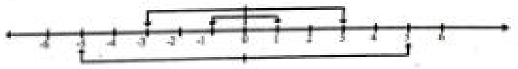
আমি ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক সংখ্যাবোধক সংখ্যাৰেখাৰ জৰিয়তে প্ৰকাশ কৰোঁ। এডাল অসীম সৰল ৰেখাৰ মাজৰ এটা বিন্দুক 0 (শূন্য)ৰে চিহ্নিত কৰি ইয়াৰ দুয়োফালে ৰেখাডালত একক দূৰত্বত সংখ্যাসমূহ লিখি সোঁফালৰ সংখ্যাবোধক ধনাত্মক আৰু বাওঁফালৰ সংখ্যাবোধক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হিচাপে চিহ্নিত কৰোঁ। তলৰ সংখ্যাৰেখাডাল চোৱা আৰু কথাখিনি অনুধাৱন কৰা—



সংখ্যা ৰেখা

> (i) '0' (শূন্য) টো ধনাত্মকো নহয় ঋণাত্মকো নহয়।
> (ii) '0' (শূন্য) ৰ সোঁফালে ধনাত্মক সংখ্যা আৰু বাওঁফালে ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰ থাকে।
> (iii) স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ পূৰ্ণসংখ্যাৰ অন্তৰ্গত আৰু পূৰ্ণসংখ্যাবোৰ অখণ্ড সংখ্যাৰ অন্তৰ্গত।
> (iv) সংখ্যাৰেখাৰ বাওঁফালৰ সংখ্যাতকৈ সোঁফালৰ সংখ্যাবোৰ ডাঙৰ।
> (v) যদি a, b দুটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $a > b$, তেন্তে $-a < -b$ হয়।

প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে একোটাকৈ অনুৰূপ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা থাকে। যেনে ঃ 1, 2, 3, 5 ৰ অনুৰূপ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে – 1, –2, –3 আৰু –5। ইয়াৰ 1 সংখ্যাটো 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত আছে – 1 সংখ্যাটো 0 ৰ বাওঁফালে সিমান দূৰত থাকিব। সেইদৰে 2 সংখ্যাটো 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত আছে, – 2 সংখ্যাটো 0 ৰ বাওঁফালে সিমান দূৰত আছে। সেইদৰে 3 আৰু –3 বা 5 আৰু –5... আদিৰ ক্ষেত্ৰতো একেই ব্যাখ্যা হ'ব।



সংখ্যাৰেখাত অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত আমি তলত দিয়া ধৰণেৰে আগবাঢ়োঁ—

প্ৰথম সংখ্যা	দ্বিতীয় সংখ্যা	প্ৰক্ৰিয়া	
(i) ধনাত্মক	ধনাত্মক	+	প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা 0 ৰ সোঁফালৰ দিশত যাওঁ
(ii) ধনাত্মক	ধনাত্মক	−	প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা 0 ৰ বাওঁফালৰ দিশত যাওঁ
(iii) ধনাত্মক	ঋণাত্মক	+	প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা 0 ৰ বাওঁফালৰ দিশত যাওঁ
(iv) ঋণাত্মক	ঋণাত্মক	−	প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা 0 ৰ সোঁফালৰ দিশত যাওঁ

টোকা ঃ $-(-5)$ মানে $0-(-5)$ বুজিম, তেতিয়া (iv) ৰ মতে $-(-5) = 5$ হ'ব।

কৰি চাওঁ আহা ঃ

বাকচত < ,= ,> চিন ব্যৱহাৰ কৰি পূৰ কৰা —

(i) 2 [<] 5
(ii) 4 □ 7
(iii) 0 □ 7
(iv) 0 □ (−7)
(v) 4 □ (−7)
(vi) (−4) □ 7
(vii) (−4) □ (−7)
(viii) (−5) □ (−13)
(ix) (−5) □ (−2 −3)
(x) (0 −5) □ (5 −0)
(xi) (−7) + (−5) □ (−12)
(xii) (−6) + 5 □ 11
(xiii) 21 + 3 □ (−25) + 27
(xiv) (−3−18) □ (−25+7)
(xv) (−1+ 4) + (−17+25) □ (−20)

মনত ৰাখিবা ঃ

(i) দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে আমি এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাওঁ।

(ii) দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে আমি এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাওঁ।

(iii) এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল কেতিয়াবা ধনাত্মক আৰু কেতিয়াবা ঋণাত্মক হ'ব। এইক্ষেত্ৰত ধনাত্মক সংখ্যাটো ডাঙৰ হ'লে যোগফলটো ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক সংখ্যাটো ডাঙৰ হ'লে যোগফলটো ঋণাত্মক হ'ব।

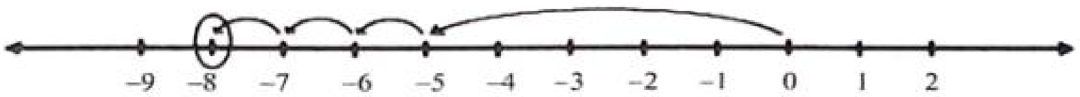
(iv) এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পৰা আন এটা অখণ্ড সংখ্যা বিয়োগ কৰিব লাগিলে আমি প্ৰথমটোৰ সংখ্যাৰ লগত দ্বিতীয় সংখ্যাটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো যোগ কৰোঁ।

উদাহৰণ 1 ঃ সংখ্যাৰেখাত −5 আৰু −3 ৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰি দেখুওৱা।

সমাধান ঃ উক্তিটোৰ গাণিতিক সমাধান হ'ব $= (-5) + (-3) = -5-3 = -(5+3) = -8$

আমি জানো যে, সংখ্যাৰ আৰম্ভণি সদায় 0 (শূন্য)ৰ পৰা হয়।

এতিয়া প্ৰশ্নৰ উক্তি −5 আৰু −3 ৰ যোগফল উলিয়াবলৈ সংখ্যাৰেখাৰ 0 বিন্দুৰ পৰা বাওঁফালে প্ৰথমতে −5 লৈ যাব লাগিব আৰু তাৰপিছত 3 ঘৰ (−6, −7, −8) পুনৰ বাওঁফালে গৈ (−8) পোৱা যাব। তলৰ চিত্ৰলৈ মন কৰা—



$(-5) + (-3) = -5-3 = -(5+3) = -8$

1.2 অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ বিধি ঃ

1.2.1 যোগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি ঃ

আমি পাই আহিছোঁ যে পূৰ্ণসংখ্যাৰ যোগফল আন এটা পূৰ্ণসংখ্যা। অৰ্থাৎ পূৰ্ণসংখ্যাই যোগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি মানি চলে। কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা —

a	b	$a + b = c$
2	3	$2 + 3 = 5$
5	–8	$5 + (-8) = -3$
– 4	7	$(-4) + 7 = 3$
– 9	– 11	$(-9) + (-11) = -20$

চাৰিওটা সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰতে দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল আন এটা অখণ্ড সংখ্যা পোৱা গৈছে। এই তথ্যটো সকলো অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগৰ ক্ষেত্ৰতে প্ৰযোজ্য হয়। কথাষাৰ প্ৰতিপন্ন কৰিবৰ বাবে তোমালোকে আন কেইটামান উদাহৰণ লৈ যোগ কৰি চাব পাৰা।

যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয় তেন্তে $a + b$ সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'ব।

ইয়াকে যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৱদ্ধ বিধি বোলে।

1.2.2 বিয়োগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি ঃ

যিকোনো দুটা পূৰ্ণসংখ্যাৰ বিয়োগফল সদায় এটা পূৰ্ণসংখ্যা হ'ব পাৰেনে? তলৰ উদাহৰণলৈ লক্ষ্য কৰা —

$16 - 12 = 4$, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা, কিন্তু $10 - 12 = -2$, ই পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়। অৰ্থাৎ পূৰ্ণ সংখ্যা বিয়োগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়। এইবাৰ কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা —

a	b	$a - b = c$
– 4	1	$(-4) - 1 = -5$
5	–7	$5 - (-7) = 12$
– 18	– 13	$(-18) - (-13) = -5$

তিনিওটা উদাহৰণতে দেখা পাইছোঁ যে, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বিয়োগফল অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যা হয়।

যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে $a - b$ সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'ব।

ইয়াকে বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৱদ্ধ বিধি বোলে।

1.3 অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

1.3.1 যোগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

পূৰ্ণসংখ্যাই যোগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে। অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা —

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা দেখা গ'ল যে, দুটা অখণ্ড সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমত (স্থান সলনি কৰিলেও) যোগ কৰিলে মানৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয় আৰু যোগফলটো আন এটা অখণ্ড সংখ্যা হয়।

$a + b$	যোগফল	$b + a$	যোগফল
25 + (–12)	13	(–12) +25	13
(–25)+12	–13	12 + (–25)	–13
(–12) + (–25)	–37	(–25) + (–12)	–37

যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a + b = b + a$।

ইয়াকে যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি বোলে।

1.3.2 বিয়োগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

এতিয়া তলৰ তালিকাখন মন কৰা —

$a - b$	বিয়োগফল	$b - a$	বিয়োগফল
(–64) – 24	– 88	24 – (–64)	88
64 – (–24)	88	(–24) – 64	– 88
(–64) – (–24)	– 40	(–24) – (–64)	40

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা দেখা গ'ল যে —বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।

যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a - b \neq b - a$।

1.4 অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি ঃ

1.4.1 যোগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি ঃ

আমি জানো যে, পূৰ্ণ সংখ্যাই সহযোগ বিধি মানি চলে। এতিয়া তলৰ উদাহৰণকেইটালৈ মন কৰা— যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা ক্ৰমে 5, –2, – 6 লোৱা হ'ল। এই সংখ্যা তিনিটাক তলত দিয়া ধৰণেৰে যোগ কৰি পাওঁ —

$$5 + \{(-2) + (-6)\} = 5+(-2-6) = 5 + (-8) = 5 - 8 = -3$$

আৰৌ
$$\{5 + (-2)\} + (-6) = (5-2) - 6 = 3 - 6 = -3$$

দেখা গ'ল যে, সংখ্যা তিনিটাক বেলেগ বেলেগ গোট কৰি যোগ কৰোঁতেও যোগফল একে পোৱা গৈছে।

a, b, c তিনিটা অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত $a + (b + c) = (a + b) + c$।

তোমালোকে a, b, c ৰ স্থানত যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা বহুৱাই উক্ত বিধিৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰি চাব পাৰিবা।

1.4.2 বিয়োগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি ঃ

তলৰ বিয়োগফলকেইটালৈ মন কৰা—

ধৰাহ'ল, – 5, 6, 7 ৰ বিয়োগফল নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

এতিয়া, $(-5) - 6 - 7 = \{(-5) - 6\} - 7 = (-11) - 7 = (-18)$

আৰৌ $(-5) - (6 - 7) = (-5) - (-1) = (-5) + 1 = (-4)$

অৰ্থাৎ, $\{(-5)-6\}-7 \neq (-5)-(6-7)$

দেখা গ'ল যে, তিনিটা অখণ্ড সংখ্যাক বেলেগ বেলেগ গোট কৰি বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল একে পোৱা নাযায়। বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাত সহযোগ বিধি প্ৰয়োজ্য নহয়।

a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a-(b-c) \neq (a-b)-c$।

অৰ্থাৎ, অখণ্ড সংখ্যাসমূহে বিয়োগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে।

1.4.3 যোগাত্মক অভেদ (Additive Identity) ঃ

আমি জানো যে, কোনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত শূন্য যোগ কৰিলে সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটোৱেই পোৱা যায়। উদাহৰণস্বৰূপে $25+0=25$ বা $0+25=25$। অৰ্থাৎ 0টো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগাত্মক অভেদ। তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা—

$(-25)+0=-25$ বা $(-23)+0=(-23)$ বা $0+(-23)=(-23)$

দেখা গ'ল কোনো অখণ্ড সংখ্যাৰ লগত 0 (শূন্য)যোগ কৰিলে বা 0 (শূন্য)ৰ লগত যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

a যি কোনো এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a+0=a=0+a$

সেয়েহে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত 0 (শূন্য)ক যোগাত্মক অভেদ বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ 2 ঃ চাৰিযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ (i) যোগফল -7 (ii) বিয়োগফল 4।

সমাধান ঃ

(i) $(-3)+(-4)$, $(-10)+3$, $(-5)+(-2)$, $(-22)+15$ ইত্যাদি

(ii) $(-2)-(-6)$, $(-12)-(-16)$, $(-1)-(-5)$, $(-5)-(-9)$ ইত্যাদি

অনুশীলনী- 1.1

1. 5 আৰু (-13) ৰ মাজত কিমানটা অখণ্ড সংখ্যা আছে?
2. 13 আৰু (-13) ৰ মাজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু অখণ্ড সংখ্যা দুটা লিখা।
3. **তলত দিয়া অখণ্ড সংখ্যাবোৰ সংখ্যাৰেখাত বহুওৱা—**

   $-6, 4, -10, 5, -1$
4. -15 তকৈ ডাঙৰ 5 টা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা লিখা।
5. **সত্য নে অসত্য কোৱা**

   (i) ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰক স্বাভাৱিক সংখ্যা বুলি কোৱা হয়।

   (ii) আটাইবোৰ অখণ্ড সংখ্যাই পূৰ্ণ সংখ্যা।

   (iii) সংখ্যাৰেখাডাল '0' (শূন্য) ৰ দুয়োফালে অসীমলৈ বিস্তাৰিত।

   (iv) '0' আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰেৰে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ থুপটো গঠিত।

   (v) যদি $a+b=0$, তেন্তে ইহঁতৰ এটা আনটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত।

6. **এযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ—**

(i) যোগফল – 3 (ii) বিয়োগফল – 5

(iii) যোগফল 0 (iv) বিয়োগফল 2

7. এযোৰ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ বিয়োগফল 6।

8. অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b নির্ণয় কৰা যাতে — (i) $a + b$ ধনাত্মক (ii) $a \neq b$ (iii) $a - b = 0$

9. **বাকচৰ ভিতৰৰ খালী ঠাঁই পূৰ কৰা —**

(i) $(-15) + (-4) = (-4) + \square$

(ii) $\square + \{(-7) + 8\} = \{5 + (-7)\} + 8$

(iii) $(-23) + \square = -23 = (-23) + \square$

(iv) $(-19) + \square = (-27)$

(v) $x + 12 = 0$ হ'লে $x = \square$

10. এজন মানুহে A স্থানৰ পৰা 14 কিলোমিটাৰ পূবে গ'ল। কিন্তু আন এজন মানুহে A স্থানৰ পৰা 6 কিলোমিটাৰ পশ্চিমে গ'ল। তেতিয়া তেওঁলোকৰ দূৰত্বৰ অন্তৰ কি হ'ব?

11. এজন মানুহৰ হাতত 35 টকা জমা আছে কিন্তু আন এজনৰ 40 টকা ধাৰ আছে। প্ৰথমজন মানুহ দ্বিতীয়জন মানুহতকৈ কিমান চহকী?

12. কোনো এটা মঙলবাৰে পুৱা 5 বজাত গুৱাহাটীত তাপমাত্ৰা আছিল 25^0C। কিন্তু বিয়লি 2 বজাত তাপমাত্ৰা 8^0C বাঢ়িল আৰু ৰাতি 10 বজাত 3^0C কমি তাপমাত্ৰা কমিল। বুধবাৰে দুপৰীয়া 12 বজাৰ পিছত তাপমাত্ৰা পুনৰ 5^0C বাঢ়িলে। এই সময়ত তাপমাত্ৰা কিমান হ'ল?

13. অনুৰাধাই বেংকত 3,200 টকা জমা থলে আৰু পিছদিনা তাৰে 2,540 টকা উলিয়াই আনিলে। টকাখিনি উলিয়াই অনাৰ পিছত বেংকত অনুৰাধাৰ কিমান টকা জমা থাকিব?

14. দুটা সংখ্যাৰ যোগফল –5। যদি এটা সংখ্যা 18 হয় আনটো সংখ্যা কিমান হ'ব?

15. –23ৰ লগত কি যোগ কৰিলে যোগফল 0 হ'ব?

16. দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল –48 তাৰে এটা –20 হ'লে আনটো কিমান হ'ব?

17. সংখ্যাৰেখা ব্যৱহাৰ কৰি মান নির্ণয় কৰা ঃ

(i) $(+5) - (+3)$ (iii) $(-6) - (+5)$

(ii) $(+6) + (-5)$ (iv) $(-8) + (-3)$

18. **তলৰ উক্তিসমূহৰ শুদ্ধ অশুদ্ধ বিচাৰ কৰা ঃ**

(i) $(-6) + 23 + (-2) = (-2) + (-6) + 23$

(ii) $(16-15) + (-7) = 16 - \{15 + (-7)\}$

(iii) স্বাভাৱিক সংখ্যা সমূহ বিয়োগত আবদ্ধ।

(iv) 0 আৰু –670 ৰ ভিতৰত –670 সংখ্যাটো ডাঙৰ।

(v) বিয়োগত ক্ৰম বিনিময় আৰু সহযোগ ধৰ্ম প্ৰযোজ্য নহয়।

1.5 অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ ঃ

অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ বিষয়ে আমি আলোচনা কৰিলোঁ। এতিয়া আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ কেনেকৈ কৰে চাওঁ আহা—

1.5.1 এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ ঃ

আমি ইতিমধ্যে পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণৰ সকলো দিশ আয়ত্ত কৰিছোঁ। পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণ হৈছে সংখ্যাটোক বাৰে বাৰে কৰা যোগ। উদাহৰণস্বৰূপে, $3 + 3 + 3 + 3 = 4\times3 = 12$। এটা ধনাত্মক সংখ্যাক আন এটা ধনাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সদায় এটা ধনাত্মক সংখ্যা হয়। অৰ্থাৎ, **ধনাত্মক সংখ্যা×ধনাত্মক সংখ্যা = ধনাত্মক সংখ্যা**। এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহাঁ—

ধৰাহ'ল $3\times(-2)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। $3\times(-2)$ ৰ অৰ্থ হৈছে (-2) ক তিনিবাৰ যোগ কৰা। তলৰ সংখ্যাৰেখাৰ পৰা পাওঁ, $3\times(-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$।

ওপৰৰ সংখ্যাৰেখাত $3\times(-2)$ ৰ উপস্থাপনৰ বাবে 0 ৰ বাওঁফালে দুটা বিন্দুৰ অন্তৰে অন্তৰে (-2) তিনিবাৰ গৈ (-6) পোৱা হৈছে।

সেইদৰে $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 4\times(-3) = -12$।

এতিয়া আমি সংখ্যাৰেখা ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ কেনেদৰে ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পূৰণ কৰে চাওঁ আহা—

ওপৰৰ $4\times(-3)$ উদাহৰণটোকে লোৱা। প্ৰথমতে (–) টো নাই বুলি 3×4 ৰ মান উলিওৱা। 12 পাবা। এতিয়া এই 12 ৰ আগত (–) দিলে নিৰ্ণেয় পূৰণফল(–12) হ'ব।

অৰ্থাৎ $4\times(-3) = -12$। ইয়াক আমি এনেদৰেও লিখিব পাৰোঁ $(-4)\times3 = -12$

গতিকে, $4\times(-3) = (-4)\times3 = -12 = -(4\times3)$

যদি a এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু b এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে —

$$a\times(-b) = (-a)\times b = -(a\times b)$$

অর্থাৎ, এটা ধনাত্মক আৰু এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

1.5.2 দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ ঃ

ধৰাহ'ল, দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ক্ৰমে (– 4) আৰু (– 3) ৰ পূৰণফল উলিয়াব লাগে।

আমি জানো যে,

$$(-4)\times 2 = (-8)$$
$$(-4)\times 1 = (-4)$$
$$(-4)\times 0 = 0$$
$$(-4)\times(-1) = 4$$
$$(-4)\times(-2) = 8$$
$$(-4)\times(-3) = 12$$

ওপৰৰ চানেকিটোত (– 4) ৰ লগত পূৰণ কৰা সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে এক এককৈ কমি আহিছে (2, 1, 0, – 1, – 2) আৰু পূৰণফলবোৰ চাৰি চাৰিকৈ বাঢ়ি (– 8, – 4, 0, 4, 8) ক্ৰমে ঋণাত্মকৰ পৰা ধনাত্মক হৈছে। পূৰণফল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পোৱা সংখ্যাবোৰত দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ হৈছে।

ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা আমি পাওঁ দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

যিকোনো দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা $(-a)$ আৰু $(-b)$ ৰ ক্ষেত্ৰত $(-a)\times(-b=)\ a\times b$।

মনত ৰাখিবা ঃ

(a) একে চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ঋণাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ধনাত্মক)+([×)+(=)+(আৰু (–)×(–) = (+)]।

(b) দুটা বিপৰীত চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ধনাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ঋণাত্মক [(–)×(+) = (–) আৰু (+ ×(–) = (–)]।

শ্ৰেণী কাৰ্য ঃ তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা—

×	+2	–28	–54	13	0	–1	11
–9							
–12							
30							
–25							
50							
–40							
–115							

1.6 অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ধৰ্ম ঃ

1.6.1 পূৰণ সাপেক্ষে আবদ্ধ বিধি ঃ

তলৰ পূৰণবোৰ মন কৰা —

$25 \times 25 = 625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$(-25) \times 25 = -625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$25 \times (-25) = -625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$(-25) \times (-25) = 625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা।

সিদ্ধান্ত ঃ a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $(a \times b)$ ও এটা অখণ্ড সংখ্যা।

অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহ পূৰণ সাপেক্ষে আবদ্ধ।

1.6.2 পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

তলৰ পূৰণফলবোৰ লক্ষ্য কৰা—

$4 \times 16 = 64 = 16 \times 4$

$(-4) \times 16 = -64 = 16 \times (-4)$

$(-4) \times (-16) = 64 = (-16) \times (-4)$

$4 \times (-16) = -64 = (-16) \times 4$

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সংখ্যা দুটাৰ ক্ৰম পৰিবৰ্তন কৰিলেও মানৰ পৰিবৰ্তন নহয়।

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times b = b \times a$

অৰ্থাৎ, **অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে।**

টোকা ঃ শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীয়ে তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা লৈ পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি প্ৰমাণ কৰি দেখুওৱাব।

1.6.3 অখণ্ড সংখ্যাক শূন্যৰে পূৰণৰ ধৰ্ম ঃ

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ নিচিনাকৈ কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 হয়।

তলৰ পূৰণবোৰ চোৱা—

$2 \times 0 = 0$ $\quad -4 \times 0 = 0$ $\quad -26 \times 0 = 0$ $\quad$ বা $0 \times (-26) = 0$

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে বা 0 (শূন্য)ক যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 (শূন্য) হ'ব।

a যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times 0 = 0 = 0 \times a$

আনহাতেদি a আৰু b যদি দুটা যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হয় আৰু $a \times b = 0$ হয় তেন্তে a আৰু b ৰ ভিতৰত অন্ততঃ এটা সংখ্যা 0 (শূন্য) হ'ব।

অর্থাৎ, এটা ধনাত্মক আৰু এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

1.5.2 দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ ঃ

ধৰাহ'ল, দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ক্রমে (-4) আৰু (-3) ৰ পূৰণফল উলিয়াব লাগে।

আমি জানো যে,

$$(-4)\times 2 = (-8)$$
$$(-4)\times 1 = (-4)$$
$$(-4)\times 0 = 0$$
$$(-4)\times(-1) = 4$$
$$(-4)\times(-2) = 8$$
$$(-4)\times(-3) = 12$$

ওপৰৰ চানেকিটোত (-4) ৰ লগত পূৰণ কৰা সংখ্যাবোৰ ক্রমে এক এককৈ কমি আহিছে $(2, 1, 0, -1, -2)$ আৰু পূৰণফলবোৰ চাৰি চাৰিকৈ বাঢ়ি $(-8, -4, 0, 4, 8)$ ক্রমে ঋণাত্মকৰ পৰা ধনাত্মক হৈছে। পূৰণফল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পোৱা সংখ্যাবোৰত দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ হৈছে।

ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা আমি পাওঁ দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

যিকোনো দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা $(-a)$ আৰু $(-b)$ ৰ ক্ষেত্ৰত $(-a)\times(-b=)\ a\times b$।

মনত ৰাখিবা ঃ

(a) একে চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ঋণাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ধনাত্মক)+([×)+(=)+(আৰু $(-)\times(-) = (+)$]।

(b) দুটা বিপৰীত চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ধনাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ঋণাত্মক [$(-)\times(+) = (-)$ আৰু (+ $\times(-) = (-)$]।

শ্ৰেণী কার্য ঃ তলৰ তালিকাখন সম্পূর্ণ কৰা—

×	+2	–28	–54	13	0	–1	11
–9							
–12							
30							
–25							
50							
–40							
–115							

1.6 অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ধৰ্ম ঃ

1.6.1 পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি ঃ

তলৰ পূৰণবোৰ মন কৰা —

$25 \times 25 = 625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$(-25) \times 25 = -625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$25 \times (-25) = -625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

$(-25) \times (-25) = 625$ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা।

সিদ্ধান্ত ঃ a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $(a \times b)$ ও এটা অখণ্ড সংখ্যা।

অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহ পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ।

1.6.2 পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

তলৰ পূৰণফলবোৰ লক্ষ্য কৰা—

$4 \times 16 = 64 = 16 \times 4$

$(-4) \times 16 = -64 = 16 \times (-4)$

$(-4) \times (-16) = 64 = (-16) \times (-4)$

$4 \times (-16) = -64 = (-16) \times 4$

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সংখ্যা দুটাৰ ক্ৰম পৰিৱৰ্তন কৰিলেও মানৰ পৰিৱৰ্তন নহয়।

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times b = b \times a$

অৰ্থাৎ, **অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে।**

টোকা ঃ শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীয়ে তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা লৈ পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি প্ৰমাণ কৰি দেখুওৱাব।

1.6.3 অখণ্ড সংখ্যাক শূন্যৰে পূৰণৰ ধৰ্ম ঃ

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ নিচিনাকৈ কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 হয়।

তলৰ পূৰণবোৰ চোৱা—

$2 \times 0 = 0$ $\quad -4 \times 0 = 0$ $\quad -26 \times 0 = 0$ $\quad$ বা $0 \times (-26) = 0$

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে বা 0 (শূন্য)ক যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 (শূন্য) হ'ব।

a যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times 0 = 0 = 0 \times a$

আনহাতেদি a আৰু b যদি দুটা যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হয় আৰু $a \times b = 0$ হয় তেন্তে a আৰু b ৰ ভিতৰত অন্ততঃ এটা সংখ্যা 0 (শূন্য) হ'ব।

1.6.4 অখণ্ড সংখ্যাৰ গুণাত্মক অভেদ (Multiplicative Identity of Integers) ঃ

সকলো পূর্ণ সংখ্যা (ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা)ৰ ক্ষেত্ৰত 1 ক গুণাত্মক একক বুলি কোৱা হয়। কাৰণ কোনো সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ বা 1 ক কোনো এটা পূর্ণ সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সেই সংখ্যাটোৰে হয়।

তলৰ পূৰণফলবোৰ লক্ষ্য কৰা—

$$(-7)\times 1 = -7 = 1\times(-7)$$
$$(-15)\times 1 = -15 = 1\times(-15)$$
$$(-101)\times 1 = -101 = 1\times(-101)$$

দেখা গ'ল যি কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

অৰ্থাৎ, 1 অখণ্ড সংখ্যাৰ গুণাত্মক একক (বা অভেদ)।

a যি কোনো এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a\times 1 = a = 1\times a$

জানি থোৱা ঃ অখণ্ড সংখ্যাৰ 0 হৈছে যোগাত্মক একক আৰু 1 হৈছে গুণাত্মক একক। যেতিয়া কোনো অখণ্ড সংখ্যাক –1 ৰে পূৰণ কৰা হয়, তেতিয়া অখণ্ড সংখ্যাটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো পোৱা যায়।
অৰ্থাৎ, $a\times(-1) = (-1)\times a = -a$

1.6.5 পূৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি ঃ

পূর্ণ সংখ্যাৰ দৰেই আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো পূৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি প্ৰয়োগ কৰি চাব পাৰোঁ। যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা – 3, 2, –5 লোৱা হ'ল। এতিয়া বন্ধনীৰ সহায়ত এই সংখ্যা তিনিটাক কেনেকৈ পূৰণ কৰিম চাওঁ আহাঁ—

$(-3)\times\{2\times(-5)\} = (-3)\times(-10) = 30$ | প্ৰথমে $2\times(-5)$ পূৰণ কৰি ললোঁ

আকৌ, $\{(-3)\times 2\}\times(-5) = (-6)\times(-5) = 30$ | এতিয়া প্ৰথমে $(-3)\times 2$ পূৰণ কৰি ললোঁ

দেখা গ'ল যে, তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা বন্ধনীৰে বেলেগ বেলেগভাৱে সংযোগ কৰি পূৰণ কৰিলেও পূৰণফল একেই পোৱা যায়।

a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে,

$(a\times b)\times c = a\times(b\times c) = (a\times c)\times b = a\times(c\times b)$

অৰ্থাৎ, **অখণ্ড সংখ্যাসমূহে পূৰণত সহযোগ বিধি মানি চলে।**

কাৰ্য ঃ চাৰিটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত এই বিধিটো কেনেদৰে প্ৰয়োগ কৰিবা চোৱা।

1.6.6 অখণ্ড সংখ্যাৰ বিতৰণ বিধি ঃ

পূর্ণ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত আমি পাই আহিছোঁ যে, $6\times(8+5) = 6\times 8+6\times 5$

অৰ্থাৎ পূর্ণসংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত $a\times(b+c) = a\times b + a\times c$

এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত এই ধৰ্ম প্ৰযোজ্য হয়নে চাওঁ আহাঁ।

ধৰা হওঁক $a = -2$, b = –3, c = – 6 তেন্তে —

$a\times(b+c) = (-2)\times\{-3 \quad (-6)\}$
$= (-2)\times(-9) = 18$

আকৌ, $a\times b + a\times c$

$= (-2)\times(-3) + (-2)\times(-6)$

$= 6 + 12 = 18$

গতিকে, $(-2) \times \{(-3)+ (-6)\} = \{(-2) \times (-3)\}+ \{(-2) \times(-6)\}$

অৰ্থাৎ, a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $a\times(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$

যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।

সেইদৰে, $a\times(b-c) = (a\times b)-(a\times c)$

অৰ্থাৎ, **বিয়োগ সাপেক্ষেও অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।**

1.6.7 সহজে পূৰণফল নিৰ্ণয়ৰ কৌশল ঃ

তোমালোকে ইতিমধ্যেই পূৰণ সাপেক্ষে বিভিন্ন বিধিসমূহ আয়ত্ব কৰিলা। এতিয়া এই বিধিসমূহ ব্যৱহাৰ কৰি দৈনন্দিন জীৱনত ডাঙৰ ডাঙৰ পূৰণৰ সমস্যা কেনেকৈ সহজতে (পাৰ্যমানে মুখে মুখে) সমাধান কৰিব পৰা যায়, সেই বিষয়ে কেইটামান কৌশল আলোচনা কৰো আহা—

উদাহৰণ 3 ঃ $(-25) \times 29 \times (-4) =$ কিমান?

সমাধান ঃ $\{(-25) \times 29\} \times (-4) = (-725) \times (-4) = 2900$

সহজ কৌশল ঃ $(-25) \times 29 \times (-4) = \{(-25) \times(-4)\} \times 29$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= 100 \times 29 = 2900$

উদাহৰণ 4 ঃ $75 \times (-6) + (-75) \times 4$

সহজ কৌশল ঃ $75\times(-6) + (-75) \times 4$

$= 75\times(-6) + 75\times(-4)$ (অখণ্ড সংখ্যাৰ গুণাত্মক একক)

$= 75\times\{(-6) + (-4)\}$ (সহযোগ বিধি)

$= 75 \times (-10) = -750$

উদাহৰণ 5 ঃ -32×53

সহজ কৌশল ঃ $(-32)\times(50+3) = \{(-32)\times50\} + \{(-32)\times3\}$ (বিতৰণ বিধি)

$= -1600 - 96 = -1696$

উদাহৰণ 6 ঃ $16 \times (-18)$

$= 16\times\{-(20-2)\}$ (সহযোগ বিধি)

$= 16\times(-20+2)$

$= 16 \times (-20) + 16\times2$ (বিতৰণ বিধি)

$= -320 + 32 = -288$

উদাহৰণ 7 ঃ $(-95) \times (-98)$

$= -95\times(-100+2)$

$= -95\times(-100)+(-95)\times2$

$= 9500 - 190 = 9310$

অনুশীলনী ঃ 1.2

1. পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

   (i) $5 \times (-2)$ (ii) $(-3) \times 7$ (iii) $(-4) \times (-3)$

   (iv) $(-129) \times (-1)$ (v) $(-12) \times 0\times (-17)$ (vi) $(-22) \times (-11) \times 10$

   (vii) $13 \times (-5) \times (-3)$ (viii) $(-27) \times (-31) \times(-2)$ (ix) $(-3) \times (-1) \times (-2)\times5$

2. সত্যাসত্য বিচাৰ কৰা —

   (i) $27\times\{(-5)+10\}= 27\times(-5) + 27\times10$

   (ii) $(-25)\times\{(-16)+(-24)\} = (-25) \times(-16)\times(-24)$

   (iii) $a-(-b) = a+b$, য'ত $a = (-75)$, $b = (-20)$

3. (i) যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল -33। তাৰে এটা 11 হ'লে আনটো কিমান?

   (ii) যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল 51। তাৰে এটা -1 হ'লে আনটো কিমান?

   (iii) যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $(-1\times a)$ ৰ মান কিমান হ'ব?

4. উপযুক্ত বিধি প্ৰয়োগ কৰি পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

   (i) $125 \times (-54) \times8$ (ii) $(-25) \times (-97) \times4$

   (iii) $(-27) \times (-33)$ (iv) $25 \times(-58) + (-58)\times(-35)$

   (v) $15 \times(-25) \times (-4)\times(-10)$ (vi) $(-57) \times(-19) \times 57$

5. বিনিময় আৰু সহযোগ বিধিৰ সহায়ত মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

   (i) $125\times(54) \times8$ (ii) $(-25)\times75\times8 \times(-4)$

   (iii) $225\times67\times3$

6. বিতৰণ বিধিৰ সহায়ত মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

   (i) $172\times25+172 \times35$ (ii) $159\times82+159 \times16+159\times2$

   (iii) $67\times78+67 \times(-43)+67\times(-25)$ (iv) $999\times99+99$

   (v) $58\times47 +94$

7. **শুদ্ধ অশুদ্ধ বিচাৰ কৰা ঃ**

(i) $(-7)\times15\times(-4) = (-7)\times15 + (-7)\times(-4)$

(ii) $(-6)\times23\times(-2) = (-2)\times(-6)\times23$

(iii) $(-5)\times\{(-3)\times2\} = \{(-5)\times(-3)\}\times2$

(iv) $(-175)\times(-1) = -175$

(v) $(-25)\times(-4)\times0 = 100$

1.7 অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণ ঃ

হৰণ হৈছে পূৰণৰ বিপৰীত প্ৰক্ৰিয়া। তোমালোকে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণ আৰু হৰণ প্ৰক্ৰিয়া শিকি আহিছা। তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা ঃ $3 \times 4 = 12$

সেয়ে, $12 \div 3 = 4$ আৰু $12 \div 4 = 3$

সেইদৰে, $3 \times 5 = 15$ ৰ পৰা আমি $15 \div 3 = 5$ আৰু $15 \div 5 = 3$ উক্তি দুটা পাওঁ।

অৰ্থাৎ আমি ক'ব পাৰোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰতিটো উক্তিৰ বাবে হৰণৰ দুটাকৈ উক্তি পোৱা যায়। এতিয়া আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ আহা—

1.7.1 ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ ঃ

আমি জানো যে, $6 \div 2 = 3$। ইয়াৰ অৰ্থ হৈছে 6 ক 2 ৰে ভাগ কৰিলে 3 পোৱা যায়। এই উক্তিটোক সংখ্যাৰেখাত কৰি চাওঁ আহা—

অৰ্থাৎ 6 পাবলৈ 2 একক ধৰি 0 ৰ পৰা ধনাত্মক দিশত তিনিবাৰ যাব লাগিব। যাৰ গাণিতিক ৰূপ হৈছে

$6 \div 2 = 3$। সেইদৰে $64 \div 16 = 4$, $500 \div 25 = 20$ ইত্যাদি।

অৰ্থাৎ, দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণফল সদায় ধনাত্মক।

1.7.2 এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ ঃ

তলৰ তালিকাখন মন কৰা আৰু খালী ঠাইবোৰ পূৰ কৰা ঃ

পূৰণৰ উক্তি	হৰণৰ অনুৰূপ দুটাকৈ উক্তি	
$2\times(-5) = -10$	$(-10) \div 2 = -5$	$(-10) \div (-5) = 2$
$(-3)\times4 = -12$	$(-12) \div (-3) = 4$	$(-12) \div 4 =$ ______
$(-6)\times(-7) = 42$	$42 \div$ ____ $=$ ____	$42 \div$ ____ ____
$4\times(-8) =$ ______	______	______
$(-11)\times(-15) =$ ___	______	______

উদাহৰণবোৰৰ পৰা দেখা গ'ল যে—

$$42 \div (-6) = (-7) \qquad (-10) \div 2 = (-5)$$
$$42 \div (-7) = (-6) \qquad (-12) \div 4 = (-3)$$
$$165 \div (-11) = (-15) \qquad (-32) \div 4 = (-8)$$
$$165 \div (-15) = (-11) \qquad (-54) \div 6 = (-9)$$

অৰ্থাৎ আমি ক'ব পাৰোঁ যে, এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে নাইবা এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে পূৰ্ণসংখ্যাৰ হৰণৰ নিচিনাকৈ হৰণ কৰি ভাগফলৰ আগত '–' চিন দিব লাগে। এনে ক্ষেত্ৰত আমি হৰণফলটো এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাওঁ।

সিদ্ধান্ত ঃ দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a \div (-b) = (-a) \div b$, য'ত $b \neq 0$।

1.7.3 ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ ঃ

ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা আমি অন্য কিছুমান উক্তি পাওঁ —

$(-10) \div (-5) = 2$ $\quad (-12) \div (-3) = 4$ $\quad$ সেইদৰে, $(-32) \div (-8) = 4$

সেয়ে আমি ক'ব পাৰোঁ যে, **এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটো সদায় ধনাত্মক হয়।**

যিকোনো দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $(-a) \div (-b) = a \div b$, য'ত $b \neq 0$।

1.8 অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণৰ বিধিসমূহ ঃ

1.8.1 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আবদ্ধ বিধি ঃ

আমি ইতিমধ্যেই পাই আহিছোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাসমূহ হৰণ সাপেক্ষে আবদ্ধ নহয়। এইবাৰ আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা—

$$(-49) \div 7 = -7 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা) ; আনহাতে } 7 \div (-14) = \frac{1}{2} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

সেইদৰে, $(-16) \div (-2) = 8$ (অখণ্ড সংখ্যা) ; আনহাতে $(-16) \div (-64) = \frac{1}{4}$ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)

দেখা গ'ল যে, এটা অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল (ভাগফল) সদায় অখণ্ড সংখ্যা নহয়। অৰ্থাৎ **অখণ্ড সংখ্যাসমূহ হৰণ সাপেক্ষে আবদ্ধ নহয়।**

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $a \div b$ (য'ত $b \neq 0$)ৰ মান অখণ্ড সংখ্যা নহ'বও পাৰে।

1.8.2 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি ঃ

আমি ইতিমধ্যেই পাই আহিছোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে ক্ৰমবিনিময় বিধি মানি নচলে। অখণ্ডৰ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰি চাওঁ আহা—

তলৰ উক্তিবোৰলৈ মন কৰা —

$$(-64) \div 16 = -4 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা), আনহাতে } 16 \div (-64) = -\frac{1}{4} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

সেইদৰে, $(-25) \div 5 = -5$ (অখণ্ড সংখ্যা), আনহাতে $5 \div (-25) = -\frac{1}{5}$ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)

দেখা গ'ল যে, এটা অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল সদায় অখণ্ড সংখ্যা নহয় আৰু সিহঁতৰ স্থান সলনি কৰিলে মানবো সলনি হয়।

অৰ্থাৎ **অখণ্ড সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।**

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $a \div b \neq b \div a$।

1.8.3 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি ঃ

আমি জানো যে, পূৰ্ণ সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে। এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত চাওঁ আহা —

তলৰ উক্তিবোৰলৈ মন কৰা —

$(18 \div 6) \div 3 = 3 \div 3 = 1$; আনহাতে, $18 \div (6 \div 3) = 18 \div 2 = 9$

অৰ্থাৎ, $(18 \div 6) \div 3 \neq 18 \div (6 \div 3)$

সেইদৰে, $\{(-72) \div 6\} \div 2 = -12 \div 2 = -6$; আনহাতে, $(-72) \div (6 \div 2) = (-72) \div 3 = -24$

অৰ্থাৎ, $\{(-72) \div 6\} \div 2 \neq (-72) \div 6 \div 2$

ওপৰৰ দুয়োটা উদাহৰণতে দেখা গ'ল যে, সংখ্যাবোৰৰ সহযোগিতা সলনি কৰাত মানবো সলনি হৈছে। অৰ্থাৎ অখণ্ড **সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে।**

a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$।

1.8.4 শূন্যৰে হৰণ ঃ

হৰণৰ বিধিমতে $2 \div 0$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা বুলিলে আমি এনে এটা সংখ্যা উলিয়াব লাগিব, যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 2 হ'ব। কিন্তু আমি জানো যে, কোনো সংখ্যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সদায় 0 হয়। এনে কোনো সংখ্যা নাই যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে 2 হয়। গতিকে, $2 \div 0$ ৰ কোনো অৰ্থ নাই।

0 (শূন্য) হ'ল এটা অখণ্ড সংখ্যা। পূৰ্ণ সংখ্যাৰ দৰে কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 ৰে হৰণ কৰাটো অৰ্থহীন আৰু 0 ক 0 ৰ বাহিৰে আন এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে 0 পোৱা যায়। তেনেক্ষেত্ৰত $0 \div 0$ ও অৰ্থহীন।

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 0$ অনিৰ্ণেয়। কিন্তু $0 \div a = 0$, য'ত $a \neq 0$।

1.8.5 অখণ্ড সংখ্যাক 1 আৰু –1 ৰে হৰণ ঃ

আমি জানো যে, সকলো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা (পূৰ্ণ সংখ্যা)কে 1 ৰে হৰণ কৰিলে সংখ্যাটো মানৰ কোনো পৰিবৰ্তন নহয়। কিন্তু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা—

$(-11) \div 1 = (-11)$, $(-23) \div 1 = (-23)$, $(-6) \div 1 = (-6)$

আমি দেখা পালো যে, যিকোনো ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক 1ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল সেই ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাটোকে পোৱা যায়।

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 1 = a$ হয়।

এইবাৰ কোনো অখণ্ড সংখ্যাক –1 ৰে হৰণ কৰিলে কি হয় চাওঁ আহা—

$(-6) \div (-1) = 6$, $(-11) \div (-1) = 11$, $(-23) \div (-1) = 23$

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাত দেখা পালোঁ যে, কোনো অখণ্ড সংখ্যাক (–1) ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটোত একেটা অখণ্ড সংখ্যাকে পোৱা নাযায়।

উদাহৰণ 8 ঃ বিদ্যালয়ৰ কোনো এটা কুইজ প্ৰতিযোগিতাত প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 10 নম্বৰ আৰু ভুল উত্তৰৰ বাবে –5 নম্বৰ দিয়া হৈছিল। দুজন প্ৰতিযোগীৰ তথ্য এনেধৰণৰ —

(i) প্ৰথমজনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিছিল যদিও 9 টাহে উত্তৰ শুদ্ধ হৈছিল আৰু 35 নম্বৰ লাভ কৰিলে।

(ii) দ্বিতীয়জনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিছিল যদিও 6 টাহে উত্তৰ শুদ্ধ কৰিব পাৰিলে আৰু –10 নম্বৰ লাভ কৰিলে। কোনে কেইটা উত্তৰ ভুল কৰিছিল নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ

(i) এটা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পায় = 10

তেতিয়া প্ৰথমজনৰ 9 টা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পাব = $9 \times 10 = 90$

কিন্তু তেওঁৰ মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ = 35

$\therefore$ তেওঁ ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = $35 - 90 = -55$

আকৌ প্ৰতিটো ভুল উত্তৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = –5

$\therefore$ প্ৰথমজনৰ ভুল উত্তৰৰ সংখ্যা = $(-55) \div (-5) = 11$ টা

(ii) এটা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পায় = 10

তেতিয়া দ্বিতীয়জনৰ 6 টা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পাব = $6 \times 10 = 60$

কিন্তু তেওঁৰ মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ = –10

$\therefore$ দ্বিতীয়জনে ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা মুঠ নম্বৰ = $(-10) - 60 = -70$

আকৌ প্ৰতিটো ভুল উত্তৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = –5

$\therefore$ তেওঁৰ ভুল উত্তৰৰ সংখ্যা = $(-70) \div (-5) = 14$ টা

উত্তৰ ঃ প্ৰথমজনৰ ভুল উত্তৰ 11 টা আৰু দ্বিতীয়জনৰ ভুল উত্তৰ 14 টা

অনুশীলনী ঃ 1.3

1. হৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

   (i) $14 \div (-5)$ (ii) $(-60) \div 10$ (iii) $(-54) \div (-6)$

   (iv) $0 \div (-15)$ (v) $(-61) \div \{(-60)+(-1)\}$ (vi) $\{(-72) \div (-6)\} \div (-3)$

2. খালী ঠাই পূৰ কৰা —

   (i) $(-600) \div 25 =$ ——— (ii) $\{(-4)\times 18\} \div$ ——— $=12$

   (iii) ——— $\div (5-6) = -20$ (iv) $(-123) \div (-1) =$ ———

3. (i) যদি $a \div (-7) = 8$, তেন্তে অখণ্ড সংখ্যা a ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

   (ii) যদি $125 \div b = -5$, তেন্তে অখণ্ড সংখ্যা b ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4. $a \div b = -5$ হোৱাকৈ তিনিযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা।

5. শ্ৰেণী পৰীক্ষা এটাত 20 টা প্ৰশ্ন দিয়া হৈছে। প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 5 নম্বৰ আৰু প্ৰতিটো ভুল উত্তৰৰ বাবে (–2) নম্বৰ দিয়া হৈছে।

   (i) এজনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিলে। কিন্তু তাইৰ 10 টাহে শুদ্ধ হৈছিল। তেওঁৰ পোৱা মুঠ নম্বৰ কিমান?

   (ii) অন্য এজনে 5 টা শুদ্ধ কৰিলে। তেওঁৰ নম্বৰ কিমান হ'ব?

6. এটা পৰীক্ষাত প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 5 নম্বৰ আৰু প্ৰতিটো অশুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে (–2) নম্বৰ দিয়া হৈছিল।

   (i) সুমনে প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিছিল। তাবে তেওঁৰ 16 টা শুদ্ধ হ'ল আৰু 64 নম্বৰ পালে।

   (ii) জয়াই আটাইকেইটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিছিল। তেওঁ 6 টা শুদ্ধ কৰিছিল আৰু (–6) নম্বৰ পালে। দুয়ো কেইটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ভুল কৰিছিল?

7. কোনো এটা ৰবৰ কোম্পানীয়ে বিক্ৰী কৰা প্ৰতিবেগ ৰবৰত 15 টকাকৈ লাভ কৰে। প্ৰতিবেগ বেয়া হৈ যোৱা ৰবৰত 8 টকাকৈ লোকচান কৰে।

   (i) কোম্পানীটোৱে এমাহত 1500 বেগ ভাল ৰবৰ আৰু 500 বেগ বেয়া ৰবৰ বিক্ৰী কৰিলে। ইয়াত লাভ বা লোকচান কিমান হ'ব?

   (ii) যদি 750 বেগ বেয়া ৰবৰ বিক্ৰী কৰা হয় তেন্তে কোনো লাভ বা লোকচান নহ'বলৈ মুঠ কিমান বেগ ভাল ৰবৰ বিক্ৰী কৰিব লাগিব?

আমি কি শিকিলোঁ

1. পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু সিহঁতৰ ঋণাত্মক সংখ্যাবিলাক মিলি অখণ্ড সংখ্যাবোৰেই হৈছে অখণ্ড সংখ্যা।
2. সংখ্যাৰেখাত 0 (শূন্য) ৰ সোঁফালে ধনাত্মক সংখ্যা আৰু বাওঁফালে ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰ থাকে।
3. অখণ্ড সংখ্যাবোৰ যোগ বিয়োগ আৰু পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ। কিন্তু হৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়।
4. অখণ্ড সংখ্যাবোৰ যোগ আৰু পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰমবিনিময় বিধি আৰু সহযোগ বিধি মানি চলে; কিন্তু বিয়োগ আৰু হৰণ এই দুয়োটা বিধি মানি নচলে।
5. অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত 0 (শূন্য)ক যোগাত্মক একক বোলে।
6. অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত একে চিনযুক্ত অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ধনাত্মক আৰু বিপৰীত চিনযুক্ত অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ঋণাত্মক হয়।
7. যোগ আৰু বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।
8. যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 0$ অনিৰ্ণেয়। কিন্তু $0 \div a = 0$ য'ত $a \neq 0$।
9. যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 1 = a$ আৰু $a \div (-1) = -a$ য'ত $a \neq 0$।